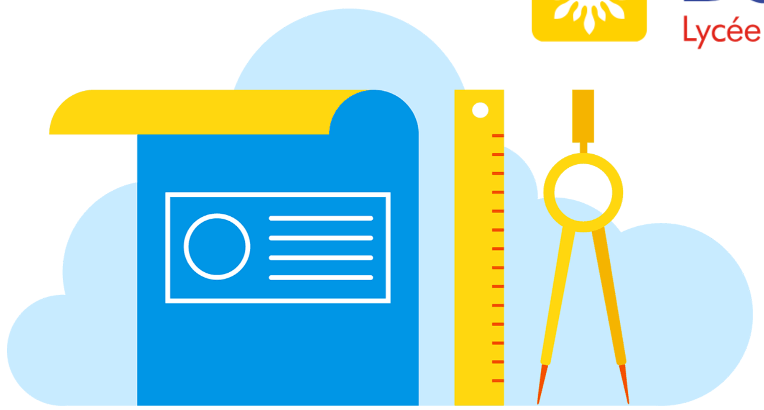


- Devoirs de vacances -

Mathématiques

En route vers la 1ère

Professeurs : Mme de Bérail, M. Maaroub et Mme Carretero

Été : 2025

Consignes

Veuillez rendre vos réponses, à ce dossier, à la rentrée de septembre, à votre professeur principal.

Certaines réponses doivent être écrites directement dans ce dossier d'exercices et d'autres sur feuilles format A4, grands carreaux.

N'oubliez pas d'annoter vos noms et prénoms sur les feuilles que vous utiliserez.

1. DÉVELOPPER/FACTORISER

Tutoriels:

- LE COURS : Développements - Seconde
- LE COURS : Factorisations - Seconde
- Factoriser en utilisant une identité remarquable (1) - Seconde
- Factoriser en utilisant une identité remarquable (2) - Seconde
- Développer une expression complexe - Seconde
- Réduire au même dénominateur - Seconde

Applications:

Exercice nº1

Factoriser

$A = 5(x+1) + x(x+1)$

$B = (x-1)(2x+3) + (x-1)(5x-2)$

$C = (2x-5)(4x-3) - (2x-5)(3x-1)$

$D = 2(3x-1)(x+3) - 3(x+3)(4x+1)$

$E = 7(x-7) - x(x-7) + 4(x-7)$

$F = (2x+5)(3x-7) - (2x+5)(5x-3)$

$G = (5x+7)(x-1) + (x-1)(3x-4)$

$H = (3x-2)(x-5) + (x-5)^2$

$I = (x+7)(5x+2) - 3(5x+2)^2$

$J = (3x-4)(2x+3) - (2x-3)(3x-4)$

Exercice nº2

Factoriser en utilisant des identités remarquables.

$A = x^2 - 10x + 25$

$B = 9 + 6x + x^2$

$C = 1 - x^2$

$D = 4x^2 + 12x + 9$

$E = x^2 - 16$

$F = 9x^2 - 4$

$G = 9x^2 - 6x + 1$

$H = 25 - 4x^2$

Exercice nº3

Factoriser les expressions suivantes en utilisant des identités remarquables.

$A = 25x^2 - 10x + 1$

$B = 36x^2 + 84x + 49$

$C = 81x^2 - 16$

$D = 4x^2 + 12x + 9$

$E = 64x^2 - 121$

$F = 256x^2 + 384x + 144$

Exercice nº4

Lorsque cela est possible, factoriser les expressions suivantes en utilisant des identités remarquables.

$A = 4x^2 + 20x + 25$

$B = 36x^2 + 12x - 1$

$C = 9x^2 + 4$

$D = 100 - 49x^2$

$E = 16x^2 + 32x + 64$

$F = x^2 + 1 - 2x$

Exercice nº5

Factoriser

$A = (x-1)^2 - (4x-2)^2$

$B = 9x^2 - (x+1)^2$

$C = (2x+3)^2 - (1+x)^2$

$D = (3x+2)^2 - (5x+1)^2$

$E = x^2 + 6x + 9 - (x+3)(x-2)$

$F = 25 - (2x+3)^2$

$G = 3x^2 - 6x + 3$

$H = (3x+3) - (x+1)(2x-1)$

Exercice nº6

Factoriser en utilisant au préalable une identité remarquable.

$A = x^2 - 4 + (x+2)(x+3)$

$B = x^2 + 6x + 9 - (x+3)(x-1)$

$C = (3x-2)(x+5) + 9x^2 - 4$

$D = 9x^2 - 1 + (3x+1)(2x+3)$

$E = x^2 - 4x + 4 + (x+3)(x-2)$

Exercice nº7

Factoriser les expressions suivantes en utilisant des identités remarquables.

$A = \frac{1}{4} - 25x^2$

$B = \frac{x^2}{36} - \frac{25}{49}$

$C = \frac{4}{9}x^2 + \frac{49}{36} + \frac{14}{9}x$

$D = \frac{81}{16}x^2 - \frac{33}{2}x + \frac{121}{9}$

$E = \frac{25}{4}x^2 - \frac{169}{144}$

2. ÉQUATIONS/INÉQUATIONS ET NOMBRES RÉELS

Tutoriels:

- LE COURS : Les intervalles - Seconde
- LE COURS : Valeur absolue - Seconde
- LE COURS : Les équations - Troisième - Seconde
- LE COURS : Les inéquations - Seconde
- Dresser un tableau de signes - Seconde
- Résoudre une inéquation-produit - Seconde
- Résoudre une inéquation-quotient - Seconde

Applications:

Exercice nº1

La calculatrice est autorisée pour cet exercice.

Donner un encadrement des nombres suivants :

1. $\dfrac{1}{3}$ à 10^{-4} près
2. $\sqrt{2}$ à 10^{-3} près
3. $-\sqrt{7}$ à 10^{-2} près
4. $-\dfrac{5}{11}$ à 10^{-3} près

Exercice nº2

Dans chacun des cas, écrire à l'aide d'une valeur absolue la distance entre les points A et B puis fournir sa valeur numérique :

1. $A(2)$ et $B(5)$
2. $A(-4)$ et $B(5)$
3. $A(-2)$ et $B(-7)$
4. $A(3)$ et $B(-2)$
5. $A(0)$ et $B(-6)$

Exercice n°3

Interpréter à l'aide de distance puis résoudre les équations et inéquations suivantes :

1. $|x+3| = 3$
2. $|x-3| \leqslant 1$
3. $|x-5| \geqslant 2$
4. $|3x-4| \leqslant \dfrac{1}{2}$
5. $2 \leqslant |1+x| \leqslant 3$

Exercice n°4

Mettre sous la forme $a\sqrt{b}$ où a et b sont des entiers naturels (b étant le plus petit possible).

1. $\sqrt{50}$
2. $\sqrt{8}$
3. $\sqrt{32}$
4. $\sqrt{12}$
5. $\sqrt{48}$
6. $\sqrt{27}$

Exercice n°5

Simplifier l'écriture de :

1. $A = \sqrt{3} \times \sqrt{6}$
2. $B = \sqrt{5} \times \sqrt{20}$
3. $C = \sqrt{12} \times \sqrt{27}$
4. $D = \sqrt{3} \times \sqrt{6} \times \sqrt{8}$
5. $E = \sqrt{98} \times \sqrt{50}$
6. $F = \sqrt{15} \times \sqrt{135}$

Exercice nº6

Simplifier l'écriture de :

1. $A = 2\sqrt{2} \times \sqrt{50}$
2. $B = \sqrt{15} \times 3 \times \sqrt{10}$
3. $C = 2\sqrt{27} \times 6\sqrt{3}$
4. $D = 3\sqrt{2} \times \sqrt{8} \times 2\sqrt{2}$

Exercice nº7

Simplifier les sommes suivantes :

1. $A = 5\sqrt{3} - 5\sqrt{28} - \sqrt{7}$
2. $B = 7\sqrt{2} - \sqrt{18} - 2\sqrt{32}$
3. $C = 2\sqrt{12} - 4\sqrt{75} + 3\sqrt{27}$
4. $D = \sqrt{8} - \sqrt{32} + \sqrt{50}$

Exercice nº8

Simplifier l'écriture de :

1. $A = \sqrt{\dfrac{8}{27}} \times \sqrt{\dfrac{3}{50}}$
2. $B = 2\sqrt{\dfrac{2}{27}} \times \sqrt{\dfrac{3}{8}}$
3. $C = \sqrt{\dfrac{8}{5}} \times \sqrt{40}$
4. $D = \sqrt{\dfrac{9}{10}} \times \dfrac{\sqrt{40}}{\sqrt{81}}$

Exercice nº9

Ecrire les nombres suivants sans le symbole racine carré au dénominateur.

Exemple : $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{10}}{2}$

1. $\frac{\sqrt{28}}{\sqrt{21}}$
2. $\frac{3\sqrt{6}}{2\sqrt{3}}$
3. $\frac{4\sqrt{10}}{5\sqrt{2}}$
4. $\frac{2-\sqrt{3}}{3\sqrt{6}}$
5. $\frac{\sqrt{2}-2\sqrt{5}}{3\sqrt{10}}$
6. $\frac{10\sqrt{6}-3\sqrt{10}}{2\sqrt{15}}$

Exercice nº10

Écrire ces expressions sous la forme $a\sqrt{b}$ où b est un entier naturel le plus petit possible et a un entier relatif.

$A = 5\sqrt{48} - 2\sqrt{75} + 7\sqrt{108}$

$B = 3\sqrt{20} + 2\sqrt{45} - 6\sqrt{245}$

$C = -5\sqrt{28} + 3\sqrt{112} + 2\sqrt{175}$

Exercice nº11

Résoudre les inégalités suivantes

1. $(3x+1)(2x+3) > 0$
2. $(x-3)(4+x) \geqslant 0$
3. $(5-x)(2x+1) < 0$
4. $(-x+7)(x+3) \geqslant 0$

Exercice nº12

Résoudre les inégalités suivantes :

1. $\dfrac{1-x}{3+2x} > 0$

2. $\dfrac{5+2x}{4x+1} \leqslant 0$

3. $\dfrac{2x+1}{2-x} \geqslant 0$

Exercice nº13

Résoudre les inégalités suivantes :

1. $x^2 \leqslant 1$

2. $\dfrac{2}{x-2} < \dfrac{3}{x+1}$

3. $\dfrac{2x+1}{x+2} \geqslant 3$

4. $\dfrac{1}{x} < \dfrac{1}{2x-1}$

3. DROITES DU PLAN - SYSTÈMES

Tutoriels:

- LE COURS - Équations de droites - Seconde
- Déterminer les coordonnées d'un vecteur directeur - Seconde
- Déterminer une équation cartésienne d’une droite avec le déterminant - Seconde
- Déterminer une équation cartésienne d'une droite (1) - Seconde
- Déterminer une équation cartésienne d'une droite (2) - Seconde
- Passer d'une équation cartésienne à l'équation réduite (et ⇄) - Seconde
- Vérifier si un point appartient à une droite - Seconde
- Déterminer une équation de droite connaissant deux points - Seconde
- Tracer une droite à partir de l'équation cartésienne - Seconde
- Représenter une droite dans un repère - Seconde
- Démontrer que deux droites sont parallèles - Seconde
- Etudier la position relative de deux droites - Seconde
- LE COURS : Systèmes d'équations - Seconde

Applications:

Exercice nº1

Dans chacun des cas, dire si le point A appartient à la droite d.

1. Une équation cartésienne de d est $2x + 4y - 5 = 0$ et $A(-1; 2)$.
2. Une équation cartésienne de d est $3x - 2y + 4 = 0$ et $A(-2; -1)$.
3. Une équation cartésienne de d est $-x + 3y + 1 = 0$ et $A(4; 1)$.
4. Une équation cartésienne de d est $6x - y - 2 = 0$ et $A(2; 12)$.

Exercice nº2

Représenter, en justifiant, chacune des droites suivantes :

1. d_1 dont une équation cartésienne est $2x+3y-1=0$.
2. d_2 dont une équation cartésienne est $-3x+y-2=0$.
3. d_3 dont une équation cartésienne est $2x+5y=0$.
4. d_4 dont une équation cartésienne est $\frac{3}{5}x-y-4=0$.

Exercice nº3

Déterminer un vecteur directeur à coordonnées entières pour chacune de ces droites.

1. d_1 dont une équation cartésienne est $3x-5y+1=0$.
2. d_2 dont une équation cartésienne est $-7x+9y+4=0$.
3. d_3 dont une équation cartésienne est $4x+3y-2=0$.
4. d_4 dont une équation cartésienne est $\frac{3}{4}x-2y-1=0$.
5. d_5 dont une équation cartésienne est $2x+\frac{2}{3}y-5=0$.

Exercice nº4

Déterminer, dans chacun des cas, une équation cartésienne de la droite passant par le point A et de vecteur directeur $\vec{u}$.

1. $A(-2;3)$ et $\vec{u}(4;5)$
2. $A(1;-4)$ et $\vec{u}(-2;3)$
3. $A(-3;-1)$ et $\vec{u}(7;-4)$
4. $A(2;0)$ et $\vec{u}(-3;-8)$
5. $A(3;2)$ et $\vec{u}(4;0)$
6. $A(-4;1)$ et $\vec{u}(0;3)$

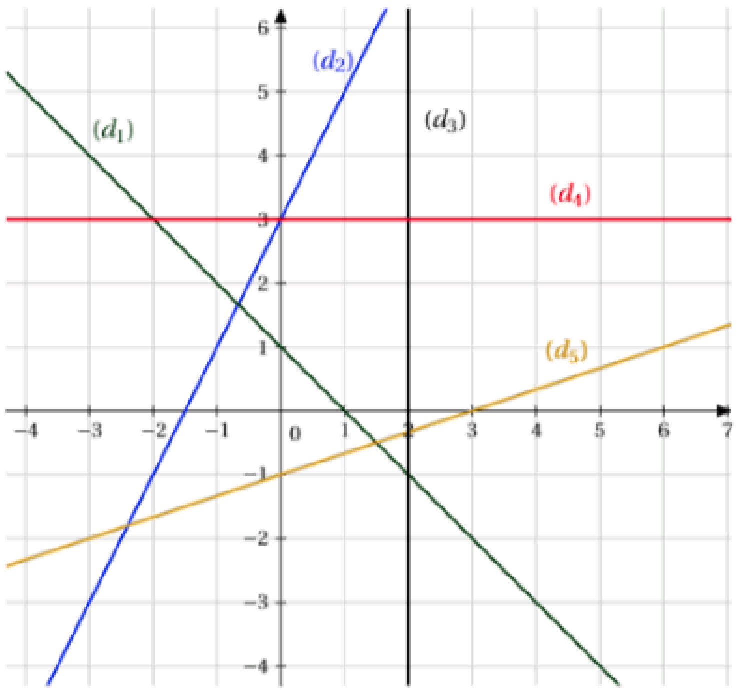
Exercice n°5

Déterminer, dans chacun des cas, une équation cartésienne de la droite (AB).

1. $A(4;5)$ et $B(-1;2)$
2. $A(-2;3)$ et $B(7;1)$
3. $A(0;-2)$ et $B(3;4)$
4. $A(-6;-1)$ et $B(3;0)$

Exercice n°6

Déterminer graphiquement l'équation réduite de chacune des droites suivantes



Exercice n°7

Représenter graphiquement chacune des droites dont l'équation réduite est fournie.

1. $d_1 : y = -2x + 3$
2. $d_2 : x = -1$
3. $d_3 : y = \dfrac{4}{5}x - 1$
4. $d_4 : y = 2$

Exercice nº8

Déterminer dans chacun des cas l'équation réduite de la droite (AB) :

1. $A(2;0)$ et $B(4;1)$
2. $A(-2;1)$ et $B(-3;5)$
3. $A\left(\frac{1}{2};\frac{2}{3}\right)$ et $B\left(\frac{7}{6};-\frac{1}{5}\right)$
4. $A(-1;5)$ et $B(-1;2)$

Exercice nº9

Résoudre les systèmes suivants en utilisant la méthode par combinaisons linéaires.

$$\begin{cases}2x+3y=8\\5x-7y=-9\end{cases} \qquad \begin{cases}3x-4y=-16\\5x+9y=-11\end{cases} \qquad \begin{cases}4x-6y=3\\5x+7y=1\end{cases}$$

$$\begin{cases}-7x+2y=-4\\6x+3y=5\end{cases} \qquad \begin{cases}x+3y=4\\8x-4y=5\end{cases} \qquad \begin{cases}2x+5y=-3\\4x-3y=2\end{cases}$$

Exercice nº9

Résoudre les systèmes suivants en utilisant la méthode par substitution.

$$\begin{cases}x+3y=8\\2x-5y=-17\end{cases} \qquad \begin{cases}2x+y=4\\5x+3y=9\end{cases} \qquad \begin{cases}4x-3y=-13\\4x-y=1\end{cases}$$

$$\begin{cases}8x+3y=-4\\x+5y=1\end{cases} \qquad \begin{cases}7x-y=-2\\3x+4y=5\end{cases} \qquad \begin{cases}-x+6y=7\\3x-5y=4\end{cases}$$

Exercice nº10

Résoudre les systèmes suivants en utilisant la méthode de votre choix.

$$\begin{cases}5x-3y=4\\3x+y=5\end{cases} \qquad \begin{cases}6x-2y=4\\3x-y=5\end{cases} \qquad \begin{cases}4x+7y=11\\8x+2y=0\end{cases}$$

$$\begin{cases}-3x-7y=2\\3x+2y=5\end{cases} \qquad \begin{cases}9x-5y=-2\\6x-5y=4\end{cases} \qquad \begin{cases}2x+4y=-1\\-6x-12y=3\end{cases}$$

Exercice nº11

$$\begin{cases} y = 2x+1 \\ y = -3x+6 \end{cases} \qquad \begin{cases} y = 5x+6 \\ x = -2 \end{cases} \qquad \begin{cases} y = -4x+1 \\ y = 2x-3 \end{cases} \qquad \begin{cases} y = \dfrac{1}{3}x + \dfrac{4}{7} \\ y = \dfrac{3}{5}x - \dfrac{2}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 3x-4 \\ y = 3x+5 \end{cases} \qquad \begin{cases} y = 5x+1 \\ y = -2x+3 \end{cases} \qquad \begin{cases} y = 6x-1 \\ y = 4x-1 \end{cases} \qquad \begin{cases} y = 2x+4 \\ 2y = 4x+8 \end{cases}$$

Exercice nº12

Résoudre les systèmes suivants.

$$\begin{cases} 2x^2 - 3y^2 = -67 \\ 4x^2 - y^2 = 11 \end{cases} \qquad \begin{cases} \dfrac{3}{x} + \dfrac{2}{y} = 5 \\ -\dfrac{2}{x} + \dfrac{1}{y} = 2 \end{cases} \qquad \begin{cases} -5\sqrt{x} + 7\sqrt{y} = -9 \\ 2\sqrt{x} + 8\sqrt{y} = 36 \end{cases}$$

4. FONCTIONS

Tutoriels:

- Lire graphiquement une image ou un antécédent - Seconde
- Calculer l'image d'un nombre - Seconde
- Déterminer un antécédent d'un nombre - Seconde
- Déterminer graphiquement le signe d'une fonction - Seconde
- Résoudre graphiquement une équation - Seconde
- Résoudre graphiquement une inéquation - Seconde
- Résoudre graphiquement une équation ou une inéquation - Seconde

Applications:

Exercice nº1

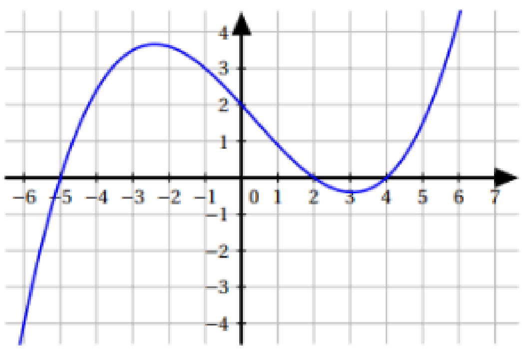
Représenter, en construisant au préalable un tableau de valeurs, la fonction f définie sur l'intervalle $[-1;3]$ par $f(x) = 2x^2 - 4x - 3$.

Exercice nº2

Représenter, en construisant au préalable un tableau de valeurs, la fonction f définie sur l'intervalle $[-2;5]$ par $f(x) = \frac{x^3}{4} - x^2 + 1$.

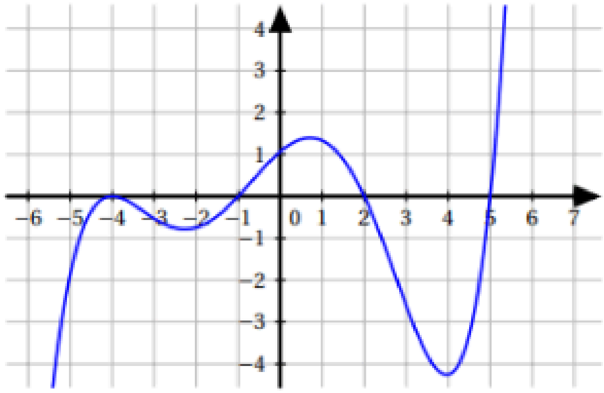
Exercice nº3

À partir de la représentation graphique de la fonction f suivante, dresser son tableau de signes.



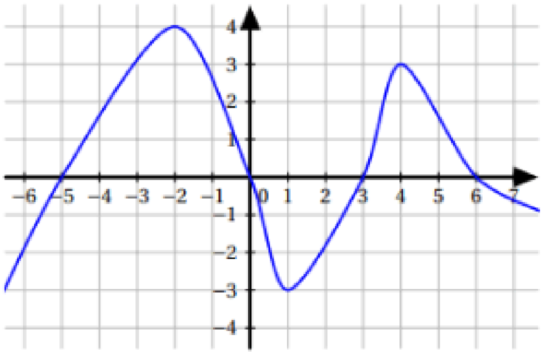
Exercice nº4

À partir de la représentation graphique de la fonction f suivante, dresser son tableau de signes.



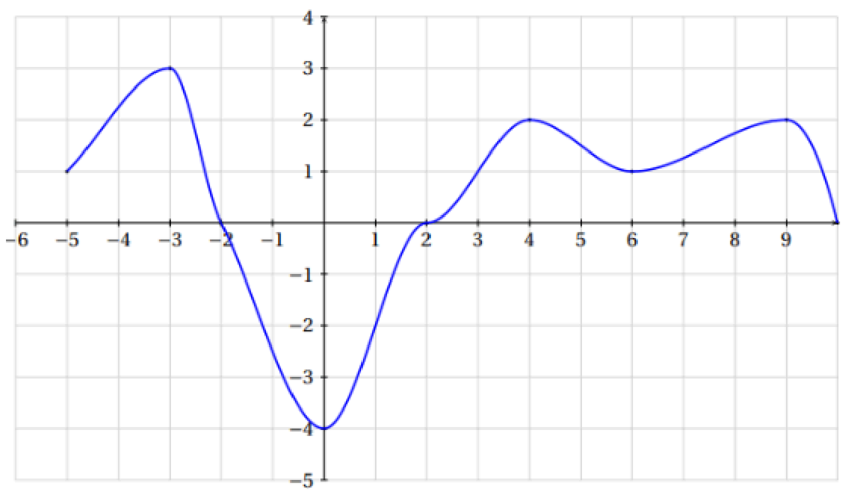
Exercice nº5

À partir de la représentation graphique de la fonction f suivante, dresser son tableau de signes.



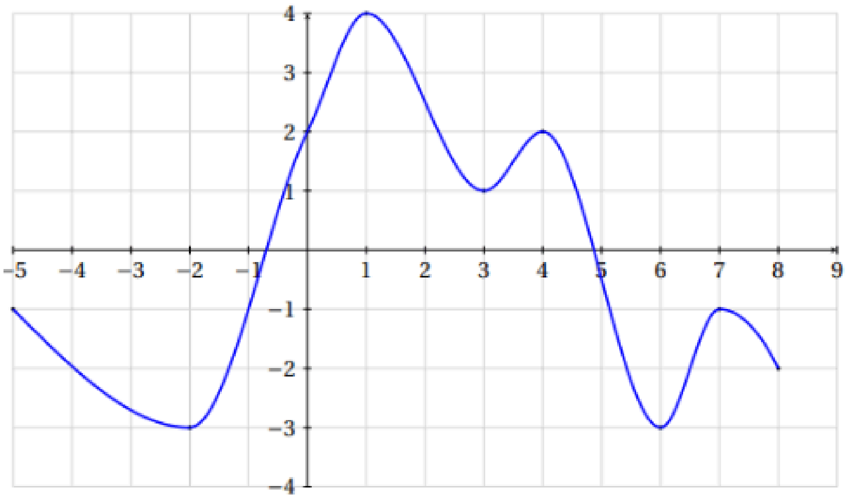
Exercice nº6

À partir de la courbe représentative de la fonction f dresser son tableau de variations.



Exercice n°7

À partir de la courbe représentative de la fonction f dresser son tableau de variations.



Exercice n°8

Tracer une courbe susceptible de représenter la fonction g dont le tableau de variations est :

x	-5		-3		1		4
g		↗	4	↘		↗	2
	-4				-2		

Exercice n°9

Tracer une courbe susceptible de représenter la fonction h dont le tableau de variations est :

x	-6		-2		3		5		7
h	2	↘		↗	5	↘		↗	1
			0				-3		

Exercice n°10

Pour chacune des fonctions suivantes :

- f est définie par $f(x) = 4x - 5$.
- g est définie par $g(x) = 2 + \frac{1}{2}x$.
- h est définie par $h(x) = -\frac{1}{5}x + 2$.
- i est définie par $i(x) = -3$.

1. Déterminer le sens de variation de la fonction.
2. Représenter graphiquement la fonction (toutes les fonctions seront représentées sur un même graphique).
3. Déterminer le tableau de signes de la fonction

Exercice n°11

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (x+2)^2 – 4$.

1. Démontrer que f est strictement décroissante sur $]-\infty; -2[$.
2. Démontrer que f est strictement croissante sur $]-2; +\infty[$.
3. En déduire le tableau de variation de f.
4. Quel est donc le minimum de de la fonction f? En quel point est-il atteint?

Exercice n°12

f est une fonction admettant le tableau de variations suivant :

x	0		2		6		9		11
f	2	$\searrow$	-1	$\nearrow$	4	$\searrow$	-2	$\nearrow$	0

		A	B	C	Votre choix
1	L'ensemble de définition de $f$est :	$[-2; 4]$	$[0; 2] \cup [6; 9]$	$[0; 11]$	
2	Une de ces réponses vraie, laquelle	$f(0) = 2$	$f(2) = 0$	L'image de 0 par f est égale à 11	
3	Une de ces réponses vraie, laquelle	$f(3) \leqslant f(4)$	$f(3) \geqslant f(4)$	On ne peut pas comparer $f(3)$ et $f(4)$	
4	f admet pour minimum :	-1 sur $[6; 11]$	0 sur $[0; 11]$	-2 sur $[6; 11]$	
5	f est	croissante sur l'intervalle $[2; 4]$	décroissante sur l'intervalle $[-2; 4]$	croissante sur l'intervalle $[0; 4]$	

Exercice nº13

On donne ci-dessous le tableau de variations de la fonction f.

x	-4		0		2		3
f	-3	$\nearrow$	4	$\searrow$	0	$\nearrow$	5

Indiquer si les propositions suivantes sont vraies, fausses ou si on ne peut pas répondre.

1. $(-2) < f(-2,5)$ ....
2. $f(-3) = -4$ ....
3. 2 est un antécédent de 0 par f ....
4. Il existe un nombre réel de l'intervalle $[0;3]$ qui a pour image 0 par f ....
5. Tous les réels de l'intervalle $[0;3]$ ont une image par f positive ....
6. Il existe un réel de l'intervalle $[-3;3]$qui a une image strictement négative par f ....