

- Dossier de Mathématiques -

En route vers la classe de 1^o

Consignes

Des liens de tutoriels vidéos sont au début de chaque partie de ce dossier afin de vous aider.

Bon courage !



1. DÉVELOPPER/FACTORISER

Tutoriels:

▶ LE COURS : Développements - Seconde

▶ LE COURS : Factorisations - Seconde

▶ Factoriser en utilisant une identité remarquable (1) - Seconde

▶ Factoriser en utilisant une identité remarquable (2) - Seconde

▶ Développer une expression complexe - Seconde

▶ Réduire au même dénominateur - Seconde

Applications:

Exercice n°1

Factoriser

$$A = 5(x + 1) + x(x + 1)$$

$$B = (x - 1)(2x + 3) + (x - 1)(5x - 2)$$

$$C = (2x - 5)(4x - 3) - (2x - 5)(3x - 1)$$

$$D = 2(3x - 1)(x + 3) - 3(x + 3)(4x + 1)$$

$$E = 7(x - 7) - x(x - 7) + 4(x - 7)$$

$$F = (2x + 5)(3x - 7) - (2x + 5)(5x - 3)$$

$$G = (5x + 7)(x - 1) + (x - 1)(3x - 4)$$

$$H = (3x - 2)(x - 5) + (x - 5)^2$$

$$I = (x + 7)(5x + 2) - 3(5x + 2)^2$$

$$J = (3x - 4)(2x + 3) - (2x - 3)(3x - 4)$$

Exercice n°2

Factoriser en utilisant des identités remarquables.

$$A = x^2 - 10x + 25$$

$$B = 9 + 6x + x^2$$

$$C = 1 - x^2$$

$$D = 4x^2 + 12x + 9$$

$$E = x^2 - 16$$

$$F = 9x^2 - 4$$

$$G = 9x^2 - 6x + 1$$

$$H = 25 - 4x^2$$

Exercice n°3

Factoriser les expressions suivantes en utilisant des identités remarquables.

$$A = 25x^2 - 10x + 1$$

$$B = 36x^2 + 84x + 49$$

$$C = 81x^2 - 16$$

$$D = 4x^2 + 12x + 9$$

$$E = 64x^2 - 121$$

$$F = 256x^2 + 384x + 144$$

Exercice n°4

Lorsque cela est possible, factoriser les expressions suivantes en utilisant des identités remarquables.

$$A = 4x^2 + 20x + 25$$

$$B = 36x^2 + 12x - 1$$

$$C = 9x^2 + 4$$

$$D = 100 - 49x^2$$

$$E = 16x^2 + 32x + 64$$

$$F = x^2 + 1 - 2x$$

Exercice n°5

Factoriser

$$A = (x - 1)^2 - (4x - 2)^2$$

$$B = 9x^2 - (x + 1)^2$$

$$C = (2x + 3)^2 - (1 + x)^2$$

$$D = (3x + 2)^2 - (5x + 1)^2$$

$$E = x^2 + 6x + 9 - (x + 3)(x - 2)$$

$$F = 25 - (2x + 3)^2$$

$$G = 3x^2 - 6x + 3$$

$$H = (3x + 3) - (x + 1)(2x - 1)$$

Exercice n°6

Factoriser en utilisant au préalable une identité remarquable.

$$A = x^2 - 4 + (x + 2)(x + 3)$$

$$B = x^2 + 6x + 9 - (x + 3)(x - 1)$$

$$C = (3x - 2)(x + 5) + 9x^2 - 4$$

$$D = 9x^2 - 1 + (3x + 1)(2x + 3)$$

$$E = x^2 - 4x + 4 + (x + 3)(x - 2)$$

Exercice n°7

Factoriser les expressions suivantes en utilisant des identités remarquables.

$$A = \frac{1}{4} - 25x^2$$

$$B = \frac{x^2}{36} - \frac{25}{49}$$

$$C = \frac{4}{9}x^2 + \frac{49}{36} + \frac{14}{9}x$$

$$D = \frac{81}{16}x^2 - \frac{33}{2}x + \frac{121}{9}$$

$$E = \frac{25}{4}x^2 - \frac{169}{144}$$


2. ÉQUATIONS/INÉQUATIONS ET NOMBRES RÉELS

Tutoriels:

- ▶ LE COURS : Les intervalles - Seconde
- ▶ LE COURS : Valeur absolue - Seconde
- ▶ LE COURS : Les équations - Troisième - Seconde
- ▶ LE COURS : Les inéquations - Seconde
- ▶ Dresser un tableau de signes - Seconde
- ▶ Résoudre une inéquation-produit - Seconde
- ▶ Résoudre une inéquation-quotient - Seconde

Applications:

Exercice n°1

 La calculatrice est autorisée pour cet exercice.

Donner un encadrement des nombres suivants :

1. $\frac{1}{3}$ à 10^{-4} près
2. $\sqrt{2}$ à 10^{-3} près
3. $-\sqrt{7}$ à 10^{-2} près
4. $-\frac{5}{11}$ à 10^{-3} près

Exercice n°2

Dans chacun des cas, écrire à l'aide d'une valeur absolue la distance entre les points A et B puis fournir sa valeur numérique :

1. $A(2)$ et $B(5)$
2. $A(-4)$ et $B(5)$
3. $A(-2)$ et $B(-7)$
4. $A(3)$ et $B(-2)$
5. $A(0)$ et $B(-6)$

Exercice n°3

Interpréter à l'aide de distance puis résoudre les équations et inéquations suivantes :

1. $|x + 3| = 3$

2. $|x - 3| \leq 1$

3. $|x - 5| \geq 2$

4. $|3x - 4| \leq \frac{1}{2}$

5. $2 \leq |1 + x| \leq 3$

Exercice n°4

Mettre sous la forme $a\sqrt{b}$ où a et b sont des entiers naturels (b étant le plus petit possible).

1. $\sqrt{50}$

2. $\sqrt{8}$

3. $\sqrt{32}$

4. $\sqrt{12}$

5. $\sqrt{48}$

6. $\sqrt{27}$

Exercice n°5

Simplifier l'écriture de :

1. $A = \sqrt{3} \times \sqrt{6}$

2. $B = \sqrt{5} \times \sqrt{20}$

3. $C = \sqrt{12} \times \sqrt{27}$

4. $D = \sqrt{3} \times \sqrt{6} \times \sqrt{8}$

5. $E = \sqrt{98} \times \sqrt{50}$

6. $F = \sqrt{15} \times \sqrt{135}$

Exercice n°6

Simplifier l'écriture de :

$$1. A = 2\sqrt{2} \times \sqrt{50}$$

$$2. B = \sqrt{15} \times 3 \times \sqrt{10}$$

$$3. C = 2\sqrt{27} \times 6\sqrt{3}$$

$$4. D = 3\sqrt{2} \times \sqrt{8} \times 2\sqrt{2}$$

Exercice n°7

Simplifier les sommes suivantes :

$$1. A = 5\sqrt{3} - 5\sqrt{28} - \sqrt{7}$$

$$2. B = 7\sqrt{2} - \sqrt{18} - 2\sqrt{32}$$

$$3. C = 2\sqrt{12} - 4\sqrt{75} + 3\sqrt{27}$$

$$4. D = \sqrt{8} - \sqrt{32} + \sqrt{50}$$

Exercice n°8

Simplifier l'écriture de :

$$1. A = \sqrt{\frac{8}{27}} \times \sqrt{\frac{3}{50}}$$

$$2. B = 2\sqrt{\frac{2}{27}} \times \sqrt{\frac{3}{8}}$$

$$3. C = \sqrt{\frac{8}{5}} \times \sqrt{40}$$

$$4. D = \sqrt{\frac{9}{10}} \times \frac{\sqrt{40}}{\sqrt{81}}$$

Exercice n°9

Écrire les nombres suivants sans le symbole racine carré au dénominateur.

Exemple : $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{10}}{2}$

1. $\frac{\sqrt{28}}{\sqrt{21}}$

2. $\frac{3\sqrt{6}}{2\sqrt{3}}$

3. $\frac{4\sqrt{10}}{5\sqrt{2}}$

4. $\frac{2 - \sqrt{3}}{3\sqrt{6}}$

5. $\frac{\sqrt{2} - 2\sqrt{5}}{3\sqrt{10}}$

6. $\frac{10\sqrt{6} - 3\sqrt{10}}{2\sqrt{15}}$

Exercice n°10

Écrire ces expressions sous la forme $a\sqrt{b}$ où b est un entier naturel le plus petit possible et a un entier relatif.

$$A = 5\sqrt{48} - 2\sqrt{75} + 7\sqrt{108}$$

$$B = 3\sqrt{20} + 2\sqrt{45} - 6\sqrt{245}$$

$$C = -5\sqrt{28} + 3\sqrt{112} + 2\sqrt{175}$$

Exercice n°11

Résoudre les inégalités suivantes

1. $(3x + 1)(2x + 3) > 0$

2. $(x - 3)(4 + x) \geq 0$

3. $(5 - x)(2x + 1) < 0$

4. $(-x + 7)(x + 3) \geq 0$

Exercice n°12

Résoudre les inégalités suivantes :

$$1. \frac{1-x}{3+2x} > 0$$

$$2. \frac{5+2x}{4x+1} \leq 0$$

$$3. \frac{2x+1}{2-x} \geq 0$$

Exercice n°13

Résoudre les inégalités suivantes :

$$1. x^2 \leq 1$$

$$2. \frac{2}{x-2} < \frac{3}{x+1}$$

$$3. \frac{2x+1}{x+2} \geq 3$$

$$4. \frac{1}{x} < \frac{1}{2x-1}$$

3. DROITES DU PLAN - SYSTÈMES

Tutoriels:

- ▶ LE COURS - Équations de droites - Seconde
- ▶ Déterminer les coordonnées d'un vecteur directeur - Seconde
- ▶ Déterminer une équation cartésienne d'une droite avec le déterminant - Seconde
- ▶ Déterminer une équation cartésienne d'une droite (1) - Seconde
- ▶ Déterminer une équation cartésienne d'une droite (2) - Seconde
- ▶ Passer d'une équation cartésienne à l'équation réduite (et \Leftrightarrow) - Seconde
- ▶ Vérifier si un point appartient à une droite - Seconde
- ▶ Déterminer une équation de droite connaissant deux points - Seconde
- ▶ Tracer une droite à partir de l'équation cartésienne - Seconde
- ▶ Représenter une droite dans un repère - Seconde
- ▶ Démontrer que deux droites sont parallèles - Seconde
- ▶ Etudier la position relative de deux droites - Seconde
- ▶ LE COURS : Systèmes d'équations - Seconde

Applications:

Exercice n°1

Dans chacun des cas, dire si le point A appartient à la droite d .

1. Une équation cartésienne de d est $2x + 4y - 5 = 0$ et $A(-1; 2)$.
2. Une équation cartésienne de d est $3x - 2y + 4 = 0$ et $A(-2; -1)$.
3. Une équation cartésienne de d est $-x + 3y + 1 = 0$ et $A(4; 1)$.
4. Une équation cartésienne de d est $6x - y - 2 = 0$ et $A(2; 12)$.

Exercice n°2

Représenter, en justifiant, chacune des droites suivantes :

1. d_1 dont une équation cartésienne est $2x + 3y - 1 = 0$.
2. d_2 dont une équation cartésienne est $-3x + y - 2 = 0$.
3. d_3 dont une équation cartésienne est $2x + 5y = 0$.
4. d_4 dont une équation cartésienne est $\frac{3}{5}x - y - 4 = 0$.

Exercice n°3

Déterminer un vecteur directeur à coordonnées entières pour chacune de ces droites.

1. d_1 dont une équation cartésienne est $3x - 5y + 1 = 0$.
2. d_2 dont une équation cartésienne est $-7x + 9y + 4 = 0$.
3. d_3 dont une équation cartésienne est $4x + 3y - 2 = 0$.
4. d_4 dont une équation cartésienne est $\frac{3}{4}x - 2y - 1 = 0$.
5. d_5 dont une équation cartésienne est $2x + \frac{2}{3}y - 5 = 0$.

Exercice n°4

Déterminer, dans chacun des cas, une équation cartésienne de la droite passant par le point A et de vecteur directeur \vec{u} .

1. $A(-2; 3)$ et $\vec{u}(4; 5)$
2. $A(1; -4)$ et $\vec{u}(-2; 3)$
3. $A(-3; -1)$ et $\vec{u}(7; -4)$
4. $A(2; 0)$ et $\vec{u}(-3; -8)$
5. $A(3; 2)$ et $\vec{u}(4; 0)$
6. $A(-4; 1)$ et $\vec{u}(0; 3)$

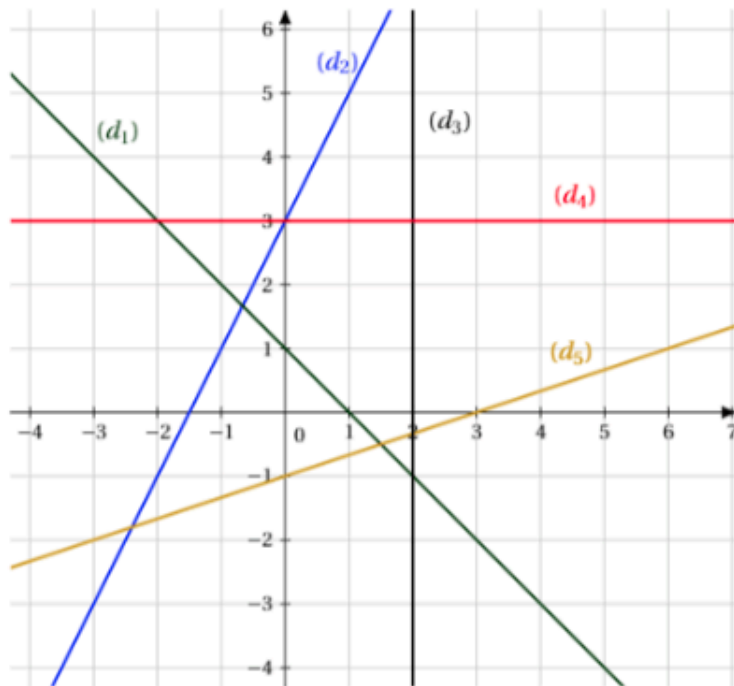
Exercice n°5

Déterminer, dans chacun des cas, une équation cartésienne de la droite (AB) .

1. $A(4; 5)$ et $B(-1; 2)$
2. $A(-2; 3)$ et $B(7; 1)$
3. $A(0; -2)$ et $B(3; 4)$
4. $A(-6; -1)$ et $B(3; 0)$

Exercice n°6

Déterminer graphiquement l'équation réduite de chacune des droites suivantes



Exercice n°7

Représenter graphiquement chacune des droites dont l'équation réduite est fournie.

1. $d_1 : y = -2x + 3$
2. $d_2 : x = -1$
3. $d_3 : y = \frac{4}{5}x - 1$
4. $d_4 : y = 2$

Exercice n°8

Déterminer dans chacun des cas l'équation réduite de la droite (AB) :

1. $A(2; 0)$ et $B(4; 1)$

2. $A(-2; 1)$ et $B(-3; 5)$

3. $A\left(\frac{1}{2}; \frac{2}{3}\right)$ et $B\left(\frac{7}{6}; -\frac{1}{5}\right)$

4. $A(-1; 5)$ et $B(-1; 2)$

Exercice n°9

Résoudre les systèmes suivants en utilisant la méthode par combinaisons linéaires.

$$\begin{cases} 2x + 3y = 8 \\ 5x - 7y = -9 \end{cases} \quad \begin{cases} 3x - 4y = -16 \\ 5x + 9y = -11 \end{cases} \quad \begin{cases} 4x - 6y = 3 \\ 5x + 7y = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -7x + 2y = -4 \\ 6x + 3y = 5 \end{cases} \quad \begin{cases} x + 3y = 4 \\ 8x - 4y = 5 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x + 5y = -3 \\ 4x - 3y = 2 \end{cases}$$

Exercice n°9

Résoudre les systèmes suivants en utilisant la méthode par substitution.

$$\begin{cases} x + 3y = 8 \\ 2x - 5y = -17 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x + y = 4 \\ 5x + 3y = 9 \end{cases} \quad \begin{cases} 4x - 3y = -13 \\ 4x - y = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 8x + 3y = -4 \\ x + 5y = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} 7x - y = -2 \\ 3x + 4y = 5 \end{cases} \quad \begin{cases} -x + 6y = 7 \\ 3x - 5y = 4 \end{cases}$$

Exercice n°10

Résoudre les systèmes suivants en utilisant la méthode de votre choix.

$$\begin{cases} 5x - 3y = 4 \\ 3x + y = 5 \end{cases} \quad \begin{cases} 6x - 2y = 4 \\ 3x - y = 5 \end{cases} \quad \begin{cases} 4x + 7y = 11 \\ 8x + 2y = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -3x - 7y = 2 \\ 3x + 2y = 5 \end{cases} \quad \begin{cases} 9x - 5y = -2 \\ 6x - 5y = 4 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x + 4y = -1 \\ -6x - 12y = 3 \end{cases}$$

Exercice n°11

$$\begin{cases} y = 2x + 1 \\ y = -3x + 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 5x + 6 \\ x = -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = -4x + 1 \\ y = 2x - 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = \frac{1}{3}x + \frac{4}{7} \\ y = \frac{3}{5}x - \frac{2}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 3x - 4 \\ y = 3x + 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 5x + 1 \\ y = -2x + 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 6x - 1 \\ y = 4x - 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 2x + 4 \\ 2y = 4x + 8 \end{cases}$$

Exercice n°12

Résoudre les systèmes suivants.

$$\begin{cases} 2x^2 - 3y^2 = -67 \\ 4x^2 - y^2 = 11 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{3}{x} + \frac{2}{y} = 5 \\ -\frac{2}{x} + \frac{1}{y} = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -5\sqrt{x} + 7\sqrt{y} = -9 \\ 2\sqrt{x} + 8\sqrt{y} = 36 \end{cases}$$

4. FONCTIONS

Tutoriels:

- ▶ Lire graphiquement une image ou un antécédent - Seconde
- ▶ Calculer l'image d'un nombre - Seconde
- ▶ Déterminer un antécédent d'un nombre - Seconde
- ▶ Déterminer graphiquement le signe d'une fonction - Seconde
- ▶ Résoudre graphiquement une équation - Seconde
- ▶ Résoudre graphiquement une inéquation - Seconde
- ▶ Résoudre graphiquement une équation ou une inéquation - Seconde

Applications:

Exercice n°1

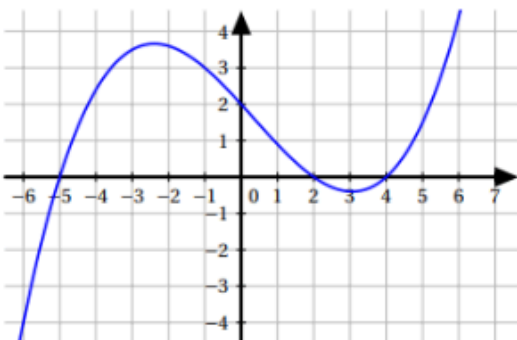
Représenter, en construisant au préalable un tableau de valeurs, la fonction f définie sur l'intervalle $[-1; 3]$ par $f(x) = 2x^2 - 4x - 3$.

Exercice n°2

Représenter, en construisant au préalable un tableau de valeurs, la fonction f définie sur l'intervalle $[-2; 5]$ par $f(x) = \frac{x^3}{4} - x^2 + 1$.

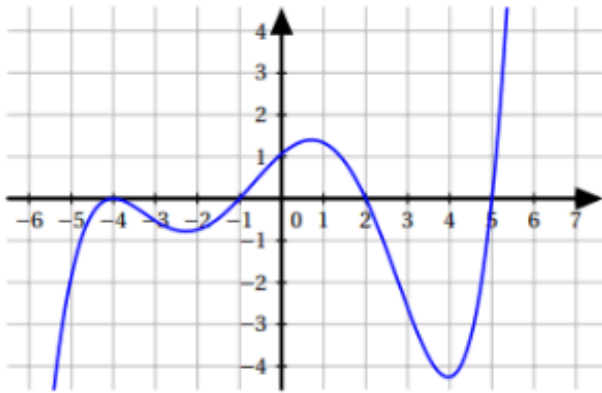
Exercice n°3

À partir de la représentation graphique de la fonction f suivante, dresser son tableau de signes.



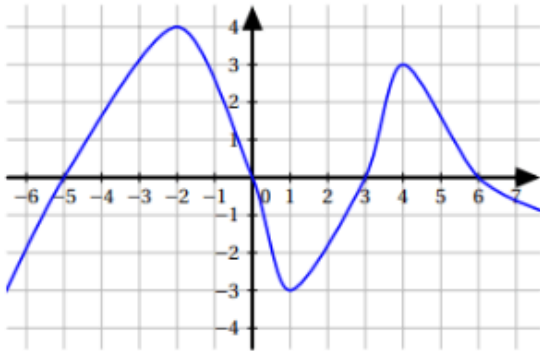
Exercice n°4

À partir de la représentation graphique de la fonction f suivante, dresser son tableau de signes.



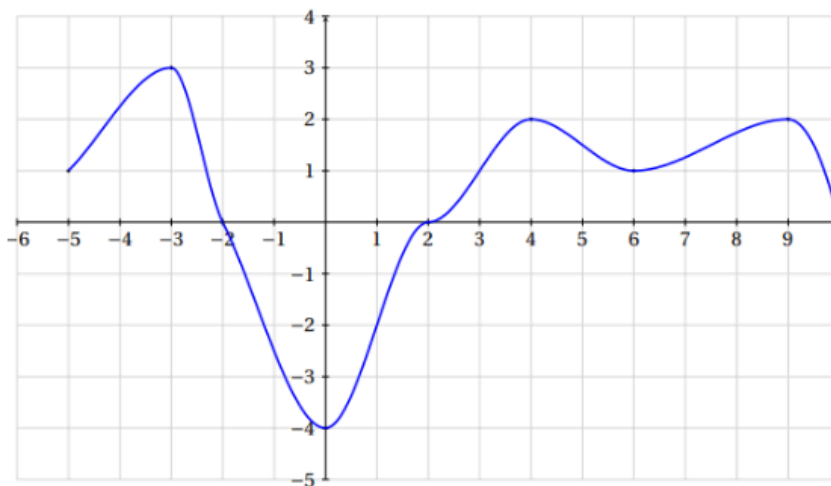
Exercice n°5

À partir de la représentation graphique de la fonction f suivante, dresser son tableau de signes.



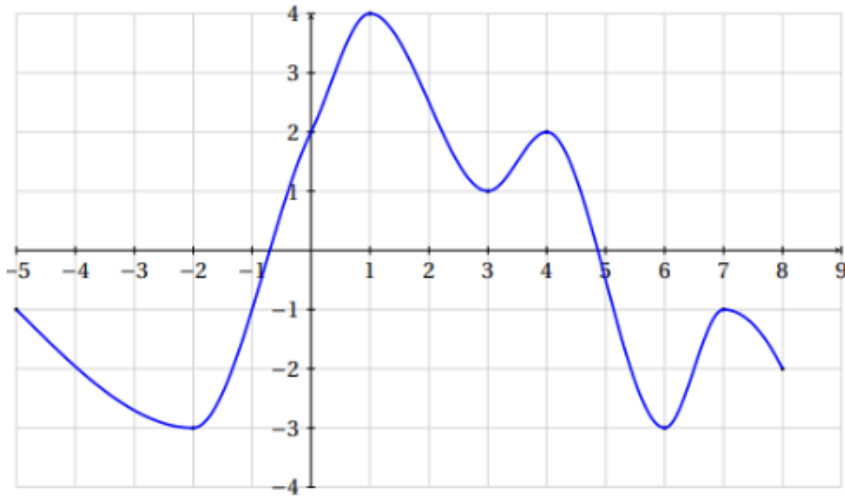
Exercice n°6

À partir de la courbe représentative de la fonction f dresser son tableau de variations.



Exercice n°7

À partir de la courbe représentative de la fonction f dresser son tableau de variations.



Exercice n°8

Tracer une courbe susceptible de représenter la fonction g dont le tableau de variations est :

x	-5	-3	1	4
g	-4	4	-2	2

Exercice n°9

Tracer une courbe susceptible de représenter la fonction h dont le tableau de variations est :

x	-6	-2	3	5	7
h	2	0	5	-3	1

Exercice n°10

Pour chacune des fonctions suivantes :

- f est définie par $f(x) = 4x - 5$.
- g est définie par $g(x) = 2 + \frac{1}{2}x$.
- h est définie par $h(x) = -\frac{1}{5}x + 2$.
- i est définie par $i(x) = -3$.

1. Déterminer le sens de variation de la fonction.
2. Représenter graphiquement la fonction (toutes les fonctions seront représentées sur un même graphique).
3. Déterminer le tableau de signes de la fonction

Exercice n°11

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = (x + 2)^2 - 4$.

1. Démontrer que f est strictement décroissante sur $] -\infty; -2[$.
2. Démontrer que f est strictement croissante sur $] -2; +\infty[$.
3. En déduire le tableau de variation de f .
4. Quel est donc le minimum de de la fonction f ? En quel point est-il atteint?

Exercice n°12

f est une fonction admettant le tableau de variations suivant :

x	0	2	6	9	11
f	2	-1	4	-2	0

		A	B	C	Votre choix
1	L'ensemble de définition de f est :	$[-2; 4]$	$[0; 2] \cup [6; 9]$	$[0; 11]$	
2	Une de ces réponses vraie, laquelle	$f(0) = 2$	$f(2) = 0$	L'image de 0 par f est égale à 11	
3	Une de ces réponses vraie, laquelle	$f(3) \leq f(4)$	$f(3) \geq f(4)$	On ne peut pas comparer $f(3)$ et $f(4)$	
4	f admet pour minimum :	-1 sur $[6; 11]$	0 sur $[0; 11]$	-2 sur $[6; 11]$	
5	f est	croissante sur l'intervalle $[2; 4]$	décroissante sur l'intervalle $[-2; 4]$	croissante sur l'intervalle $[0; 4]$	

Exercice n°13

On donne ci-dessous le tableau de variations de la fonction f .

x	-4	0	2	3
f	-3	4	0	5

Indiquer si les propositions suivantes sont vraies, fausses ou si on ne peut pas répondre.

1. $(-2) < f(-2, 5)$
2. $f(-3) = -4$
3. 2 est un antécédent de 0 par f
4. Il existe un nombre réel de l'intervalle $[0; 3]$ qui a pour image 0 par f
5. Tous les réels de l'intervalle $[0; 3]$ ont une image par f positive
6. Il existe un réel de l'intervalle $[-3; 3]$ qui a une image strictement négative par f