



Bon Soleil
Lycée International Barcelona

- Devoirs de vacances -

Mathématiques

En route vers la 3^e

Consignes

Certains exercices sont à traiter directement dans ce dossier d'exercices et d'autres sur des feuilles à part.


Bon été !



- Toutes les expressions algébriques sans parenthèses sont des sommes.

Par exemple : $-3 - 1 = (-3) + (-1)$

- On peut s'aider d'un schéma avec des ronds blancs et noirs pour représenter respectivement les nombres positifs et négatifs dans les sommes. Un binôme blanc/noir est égal à zéro.

Par exemple : $-2 + 3$ se représente comme ceci  = + 1

- Pour multiplier ou diviser des relatifs, on s'occupe d'abord de chercher le signe en utilisant la règle des signes :

- un nombre pair de facteurs négatifs donne un résultat + ;
- un nombre impair de facteurs négatifs donne un résultat -.

- Pour mémoriser l'ordre des priorités opératoires, utiliser PEMDAS !

"Parenthèse" - "Exposant" - "Multiplication" & "Divisions" - "Addition & soustraction"

Exercice 1 : Calculer chaque expression algébrique.

$$A = -3 - 5$$

$$B = -3 \times (-5)$$

$$C = -3 - (-5)$$

$$D = -8 + 2$$

$$E = 8 : (-2)$$

$$F = -10 - 20$$

$$G = -10 \times 20$$

$$H = -5 - 6$$

Exercice 2 : Retirer les parenthèses puis calculer.

$$A = 36 - 26 + 17 - 33$$

$$B = -17 - 9 - 13 - (-15) + 14$$

Exercice 3 : Sans effectuer de calculs, déterminer le signe de l'expression.

$$A = (-5) \times (-6) \times 7$$

$$B = 3 \times (-2) \times 5 \times (-1)$$

$$C = (-25 : 5) \times [-7 : (-2)]$$

$$D = -1 \times (5 : (-3))$$

Exercice 4 : Bien détailler les calculs en respectant les priorités opératoires.

$$A = 2 \times (-3) - 3 \times (-7)$$

$$B = -3 - 5 \times (-2)$$

$$C = 6 \times 5 - 7 \times 9 + 4 \times (-3)$$

$$D = 4 \times (-6 - 8 \times 2) - 10$$

Rappel 2

Calculs fractionnaires

- **Fractions égales** (utilisé pour réduire au même dénominateur) $\frac{a}{b} = \frac{a \times c}{b \times c}$

(b et c \neq 0).

- **Addition et soustraction** : Les deux fractions doivent absolument être au même dénominateur.

$$\frac{3}{4} - \frac{1}{3} = \frac{3 \times 3}{4 \times 3} - \frac{1 \times 4}{3 \times 4} = \frac{9}{12} - \frac{4}{12} = \frac{5}{12} \quad (\text{12 est le premier multiple qui soit commun à 4 et à 3})$$

- **Multiplication** : On décompose les numérateur et dénominateur avant de multiplier.

$$\frac{4}{21} \times \frac{-3}{18} = - \frac{2 \times 2 \times 3}{3 \times 7 \times 2 \times 3 \times 3} = - \frac{2}{63}$$

Exercice 1 : Compléter le tableau en détaillant bien les calculs.

<i>a</i>	$\frac{-3}{4}$	$\frac{-8}{15}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{5}{6}$
<i>b</i>	$\frac{7}{4}$	$\frac{-2}{3}$	$\frac{5}{9}$	$\frac{-3}{4}$
<i>a + b</i>				
<i>a - b</i>				

Exercice 2 : Calculer chaque produit et donner le résultat sous forme irréductible.

$$A = \frac{-3}{5} \times \frac{7}{12} \quad B = \frac{-3}{-7} \times \frac{-8}{15} \quad C = \frac{5}{-6} \times 18 \quad D = \frac{-15}{8} \times \frac{27}{-12} \times \frac{-7}{2}$$

Exercice 3 : Calculer chaque expression en détaillant bien les étapes de calculs.

$$A = \frac{8}{3} - \frac{8}{3} \times \frac{9}{16} \quad B = \left(\frac{3}{4} - \frac{11}{8} \right) \times \left(\frac{5}{3} - \frac{7}{4} \right) \quad C = \left(\frac{8}{7} - \frac{6}{5} \right) \times \frac{7}{4} - 2$$

Rappel 3**Puissances**

- **Exposant positif** : $7^5 = 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 = 16\,807$ (une notation avec exposant positif raccourcit l'écriture de la multiplication d'un nombre par lui-même)
- **Exposant négatif** : $7^{-2} = \frac{1}{7^2} = \frac{1}{49}$ (une notation avec exposant négatif raccourcit l'écriture de la division de 1 par le produit d'un nombre par lui-même)
- **Puissance de dix avec exposant positif** : $10^4 = 10\,000$ (4 zéros)
- **Puissance de dix avec exposant négatif** : $10^{-4} = 0,000\,1$ (4 zéros)
- **Préfixes à connaître** : Terra (T : 10^{12}) - Giga (G : 10^9) - Méga (M : 10^6) - Kilo (k : 10^3) - Hecto (h : 10^2) - Déca (da : 10) - Pico (p : 10^{-12}) - Nano (n : 10^{-9}) - Micro (μ : 10^{-6}) - Milli (m : 10^{-3}) ; Centi (c : 10^{-2}) ; Déci (d : 10^{-1})
- **Règles de calcul** : $a^m \times a^n = a^{m+n}$; $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$; $(a^m)^n = a^{mn}$
- **Écriture scientifique** : $a \times 10^p$ avec a décimal qui n'a qu'un seul chiffre (non nul) avant la virgule. Exemple : $0,05203 = 5,203 \times 10^{-2}$

Exercice 1 : Donner l'écriture décimale des nombres suivants :

a) 3^4 b) 5^{-2} c) 10^6 d) 10^{-1}

Exercice 2 : Le sprinter Usain Bolt parcourt 1 m en $9,6 \times 10^{-2}$ s . La fusée Appolo 10 parcourt 1 m en 90 μ s. Lino affirme : "La fusée Appolo 10 va 1 000 fois plus vite qu'Usain Bolt." A-t-il raison ? Justifier ?

Exercice 3 : Donner les écritures décimales des produits suivants.

a) 452×10^{-2} b) $31,5 \times 10^4$ c) $0,0067 \times 10^{-1}$ d) $0,902 \times 10^8$

Exercice 4 : Quelle est l'écriture scientifique des nombres suivants ?

A = 34,7 B = 0,0845 C = $46,121 \times 10^3$ D = $0,078 \times 10^{-3}$

Exercice 5 : Écrire sous la forme d'une seule puissance.

A = $5^2 \times 5^{-6}$ B = $\frac{3}{3^5}$ C = $(10^{-3})^2$

Rappel 4**Calcul littéral**

* Développer : C'est transformer un produit en somme.

Par exemple : $3(2x - 1) = 6x - 3$

* Réduire une expression littérale, c'est regrouper les termes « semblables » et effectuer les calculs.

Exercice 1 : Réduire les expressions suivantes

a) $2 \times t + 5 - t$

b) $4 - 5 \times a + 6 \times (-3) - a$

c) $-12 \times y + 5 - y \times 6$

Exercice 2 : Développer et réduire.

a) $5(x - 3)$

b) $-2(3x + 5)$

c) $3x(-2x + 1)$

Exercice 3 : Développer et réduire les expressions suivantes.

$A = 3x - 4(x - 5)$

$B = -2x(3x - 1) + (1 + 2x)$

- La **solution** d'une équation est le nombre pour qui l'égalité est vraie.

Par exemple :

Vérifier que 0,6 est la solution de l'équation $4x - 2 = 1 - x$

On remplace x par 0,6 dans le membre de gauche, puis dans le membre de droite.

membre de gauche : $4x - 2 = 4 \times 0,6 - 2 = 2,4 - 2 = 0,4$

membre de droite : $1 - x = 1 - 0,6 = 0,4$

Pour $x = 0,6$ les deux membres sont égaux à 0,4 : 0,6 est donc la solution de l'équation.

- **Résoudre une équation**, c'est trouver sa ou ses solutions.

On regroupe les termes en x à gauche, puis ensuite on regroupe les termes constants à droite et enfin on divise par le coefficient de x .

Par exemple : Résoudre l'équation $3x - 1 = 4 + x$

$$\begin{array}{l} 3x - 1 = 4 + x \\ \begin{array}{l} -x \\ \hline 2x - 1 = 4 \end{array} \\ \begin{array}{l} +1 \\ \hline 2x = 5 \end{array} \\ \begin{array}{l} \div 2 \\ \hline x = 2,5 \end{array} \end{array}$$

Exercice 1 : Dans chaque cas, dire si la valeur donnée est solution de l'équation.

- a)** - 5 est-il solution de $2x - 6 = -9$? **b)** 0,5 est-il solution de $3x + 1 = -5x + 5$?

Exercice 2 : Résoudre chacune des équations suivantes en détaillant bien les étapes.

a) $3x = 8$

b) $x - 4 = -1$

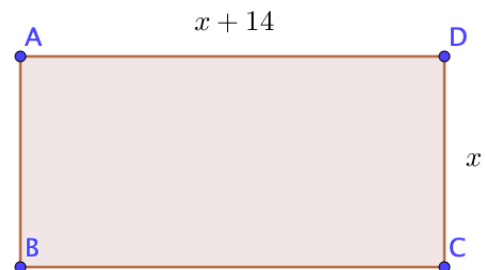
c) $3x + 2 = 5$

***d)** $x - 2 = 6x + 3$

***e)** $4x - 7 = -3x + 1$

Exercice 3:

- 1) Calculer le périmètre du rectangle en fonction de x
- 2) Pour quelle valeur de x , le périmètre du rectangle est-il égal à 50?
- 3) Pour cette valeur de x , quelle sont la longueur et la largeur du rectangle?



Rappel 6

Pourcentages

- **Appliquer un pourcentage** : On multiplie le pourcentage par la quantité.

Par exemple :

$$40 \% \text{ de } 36 = 0,4 \times 36 = 14,4$$

- **Déterminer un pourcentage** : On calcule le quotient $\frac{\text{effectif}}{\text{effectif total}}$.

Par exemple :

Dans un établissement scolaire, il y a 315 filles et 205 garçons.

Calculer le pourcentage de filles de cet établissement.

$$\frac{315}{315 + 205} = \frac{315}{520} \approx 61 \%$$

Exercice 1 : Calculer :

- a) 45 % de 80 élèves b) 60 % de 70 € c) 15 % de 3600 animaux

Exercice 2 : On compte environ 25 823 000 actifs en France.

1. Sachant qu'il y a 2,8 % d'agriculteurs, calculer combien cela représente de personnes.
2. Le nombre de personnes travaillant dans la construction est de 1 704 300. Calculer leur pourcentage à 0,1 près par rapport au nombre d'actifs.

Exercice 3 :

1. Lors d'une élection dans une commune où 480 votes ont été exprimés, une candidate a obtenu 11,25 % des voix. Calculer le nombre de personnes qui ont voté pour elle.
2. Pour la même élection, un autre candidat a obtenu 132 voix. Calculer le pourcentage de voix obtenus par ce candidat.

- Utiliser un triangle rectangle pour calculer une longueur :

Si on sait que le triangle ABC est rectangle en B alors, d'après le théorème de Pythagore : $AC^2 = AB^2 + BC^2$

(en effet [AC] est l'hypoténuse donc le plus grand côté)

On a aussi : $AB^2 = AC^2 - BC^2$ et $BC^2 = AC^2 - AB^2$ (car [AB] et [BC] sont des petits côtés)

- Vérifier si un triangle est rectangle :

On repère le plus grand côté du triangle et on calcule son carré.

On calcule aussi la somme des carrés des deux autres côtés.

On compare les deux résultats.

Si l'égalité de Pythagore est vérifiée, alors le triangle est rectangle.

Exercice 1 : ARC est un triangle rectangle en R tel que $AC = 52$ mm et $RC = 48$ mm.

Calculer la longueur AR.

Exercice 2 : Le triangle PIE est rectangle en I tel que : $IP = 7$ cm et $IE = 4$ cm.

Quelle est la valeur exacte de PE ?

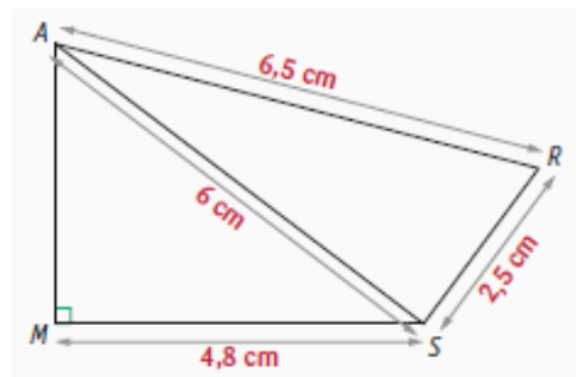
Exercice 3 : Soit MNP un triangle tel que $MN = 9,6$ cm ; $MP = 4$ cm et $NP = 10,3$ cm.

Ce triangle est-il rectangle ?

Exercice 4 :

On considère la figure MARS ci-contre.

1. Déterminer la longueur AM.
2. Déterminer la nature du triangle RAS.



- **Volumes de solides non pointus (prisme et cylindre) :**

Aire de la Base \times Hauteur du solide

- **Volumes de solides pointus (pyramide et cône) :**

$$\frac{1}{3} \times \text{Aire de la Base} \times \text{Hauteur du solide}$$

- **Revoir les formules d'aire par cœur !**

Exercice 1 : Léo a obtenu 2,7 litres de confiture.

Il la verse dans des pots cylindriques de 6 cm de diamètre et de 12 cm de haut, qu'il remplit jusqu'à 1 cm du bord.

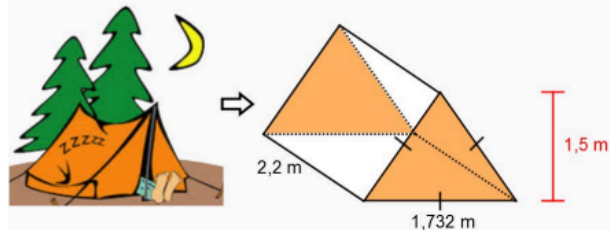
1. Combien pourra-t-il remplir de pots ?

Il colle ensuite sur ses pots une étiquette rectangulaire de fond blanc qui recouvre toute la surface latérale du pot.

2. Montrer que la longueur de l'étiquette est d'environ 18,8 cm.

Exercice 2 : Afin de s'assurer de faire un bon achat, un campeur s'interroge sur l'espace habitable de cette tente : Pour être confortable, il veut s'assurer d'avoir un minimum de 3 m³ d'espace.

En considérant cette contrainte, devrait-il se procurer cet abri ?



Exercice 3 : Dans la ville de Québec, une partie d'un édifice commercial est bâtie selon un modèle de pyramide à base carrée.



Afin de respecter les différentes normes, la section pyramidale de cette bâtisse possède une base d'un périmètre de 160 m et une hauteur de 15 m. Si 70% de cet espace est réservé à des bureaux administratifs, quel espace leur est alors consacré ?

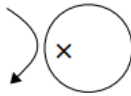
Rappel 9

Proportionnalité

• **Dans un tableau** : des grandeurs sont proportionnelles si les quotients de toutes les colonnes sont égaux.

• **Pour calculer un quatrième proportionnelle** :

a	c
b	x



$$x = c \times \frac{b}{a}$$

• $V = \frac{D}{T}$ En utilisant la pyramide multiplicative, on trouve : $D = V \times T$ et $T = \frac{D}{V}$

Exercice 1 : Voici les subventions du conseil général pour deux collèges.

Collège A. Daudet 1 430 000 € 650 élèves	Collège V. Van Gogh 1 100 000 € 580 élèves
---	---

Ces subventions sont-elles proportionnelles au nombre d'élèves ?

Exercice 2 : Pour chaque tableau, calculer la quatrième proportionnelle.

a.	<table border="1"><tr><td>152</td><td>1 596</td></tr><tr><td>97</td><td>x</td></tr></table>	152	1 596	97	x	c.	<table border="1"><tr><td>7</td><td>22</td></tr><tr><td>32,55</td><td>y</td></tr></table>	7	22	32,55	y	b.	<table border="1"><tr><td>150</td><td>187,5</td></tr><tr><td>z</td><td>28</td></tr></table>	150	187,5	z	28	d.	<table border="1"><tr><td>t</td><td>147</td></tr><tr><td>29,8</td><td>365,05</td></tr></table>	t	147	29,8	365,05
152	1 596																						
97	x																						
7	22																						
32,55	y																						
150	187,5																						
z	28																						
t	147																						
29,8	365,05																						

Exercice 3 :

- Monsieur Nomade roule à 90 km/h. Calculer, en minutes, le temps nécessaire pour parcourir 36 km.
- Monsieur Nomade est parti à 8 h. Il arrive à son entreprise à 9h20min en roulant à une vitesse moyenne de 60 km/h. Calculer, en kilomètres, la distance parcourue.

Exercice 4 :

Le pont d'Oléron est équipé d'un radar tronçon sur une distance de 3,2 km et sur le pont, la vitesse est limitée à 90 km/h.

- Monsieur Lagarde a mis 2 minutes pour parcourir la distance entre les deux points d'enregistrement. Quelle est sa vitesse moyenne entre ces deux points ?
- La plaque d'immatriculation de Monsieur Durand a été enregistrée à 13 h 46 min 54 s puis à 13 h 48 min 41 s.
Calculez sa vitesse moyenne lors de la traversée du pont.

Rappel 10

Statistiques

- **Fréquence** : $\frac{\text{Effectif}}{\text{Effectif total}}$
- **Moyenne** : Répartition équitable d'une quantité totale sur un effectif total.
- **Pour calculer une moyenne simple** : $\frac{\text{Somme des valeurs}}{\text{Effectif total}}$
- **Pour calculer une moyenne pondérée** : $\frac{\text{Somme des produits Valeur} \times \text{effectif}}{\text{Effectif total}}$

Exercice 1 : On a lancé un dé 60 fois et on a relevé le numéro sorti :

6 4 4 2 4 2 3 2 5 5
 3 2 5 1 4 2 5 3 5 5
 2 2 1 2 3 4 4 3 4 4
 4 2 5 3 6 2 4 2 3 2
 2 2 2 2 3 4 2 2 3 5
 2 4 5 5 4 3 4 5 2 6

Compléter le tableau suivant :

Numéro	1	2	3	4	5	6
Effectif						
Fréquence						

Exercice 2 : Suivant ses résultats scolaires, des parents donnent à leur enfant une somme différente d'argent de poche.

Mois	Janvier	Février	Mars	Avril	Mai	Juin
Somme (en €)	30	28	25	45	15	22

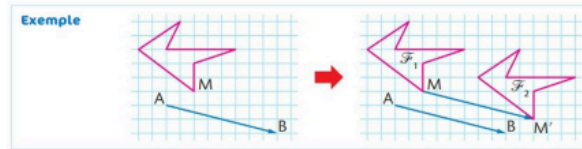
Quelle est la somme moyenne qu'accorde chaque mois les parents à leur enfant ?

Exercice 3 : Le loto-Bingo est un jeu de tirage. La veille de Noël, un super tirage est organisé au cours duquel 350 joueurs participent. Le tableau ci-dessous indique la répartition des gains des gagnants ainsi que leur effectif.

Gain (en €)	2	10	50	100	1 000
Effectif	45	22	10	3	1

1. Calculer le gain moyen des joueurs. (arrondi au dixième)
2. Calculer le gain moyen des gagnants. (arrondi au dixième)

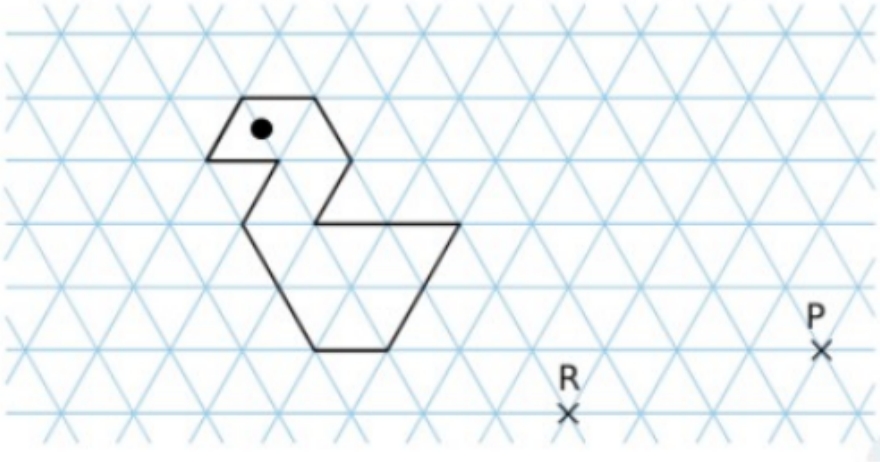
- Transformer une figure par translation revient à la faire glisser d'une longueur donnée, le long d'une droite donnée et dans un sens donné.



- Appliquer une rotation à une figure, consiste à faire tourner cette figure autour d'un point, appelé centre, avec un angle et un sens donnés.

Exercice 1 :

Construis, en bleu, l'image de la figure par la translation qui transforme R en P.



FIN

"En mathématique, c'est comme dans un roman policier ou un épisode de Columbo : le raisonnement par lequel le détective confond l'assassin est au moins aussi important que la solution du mystère elle-même."

[Cédric Villani](#) - Médaille Fields 2010

